

# Graphes

1. Montrer qu'un graphe dont tous les sommets sont de degré au moins 2 possède au moins un cycle.
2. Montrer que si un graphe possède  $n$  sommets et au moins  $n$  arêtes, alors il possède un cycle.
3. Montrer que tout graphe connexe peut s'obtenir par ajout d'un certain nombre d'arêtes à partir d'un arbre possédant le même nombre de sommets.  
Un tel arbre, auquel il suffit d'ajouter des arêtes pour reconstruire un graphe  $G$  est un arbre **couvrant** de  $G$ .
4. Montrer que tout graphe connexe dont les arêtes ne se croisent pas satisfait  $s - a + f = 2$ , où  $s$  est son nombre de sommets,  $a$  son nombre d'arêtes,  $f$  son nombre de faces.
5. Montrer que tout graphe dont les arêtes ne se croisent pas satisfait  $s - a + f = c + 1$ , où  $c$  est son nombre de composantes connexes.