

Graphes

1. Montrer qu'un graphe dont tous les sommets sont de degré au moins 2 possède au moins un cycle.
2. Montrer que si un graphe possède n sommets et au moins n arêtes, alors il possède un cycle.
3. Montrer que tout graphe connexe peut s'obtenir par ajout d'un certain nombre d'arêtes à partir d'un arbre possédant le même nombre de sommets.
Un tel arbre, auquel il suffit d'ajouter des arêtes pour reconstruire un graphe G est un arbre **couvrant** de G .
4. Montrer que tout graphe connexe dont les arêtes ne se croisent pas satisfait $s - a + f = 2$, où s est son nombre de sommets, a son nombre d'arêtes, f son nombre de faces.
5. Montrer que tout graphe dont les arêtes ne se croisent pas satisfait $s - a + f = c + 1$, où c est son nombre de composantes connexes.