

Sémantique des formules propositionnelles

1. Écrire une fonction qui énumère les premiers éléments du code Gray

I Avec un type somme

2. Choisir un type pour représenter les formules propositionnelles. On peut par exemple choisir de représenter les variables par des entiers de 0 à $n - 1$ et qu'une valuation est un tableau de booléens de taille n .
3. Écrire une fonction qui prend une valuation V et une formule propositionnelle φ et renvoie $V(\varphi)$
4. Dédire d'une fonction qui engendre toutes les valuations possibles une fonction qui calcule $\text{mod}(\varphi)$. En discuter la complexité.
5. Écrire une fonction qui supprime chaque opérateur d'implication (et d'équivalence, le cas échéant) en le remplaçant à l'aide de l'opérateur de négation, et de l'opérateur de disjonction dans une formule propositionnelle donnée.
6. Écrire une fonction qui vérifie si une formule est sous forme normale disjonctive (si c'est une disjonction de conjonctions).

II En utilisant des tableaux

7. On représente une valuation par un tableau de booléens. Une clause conjonctive est représentée par deux tableaux de booléens, l'un étant le **masque** (indique quelles variables sont concernées), l'autre la **valeur** (donne le signe de chaque variable concernée). Écrire une fonction qui donne la valuation d'une telle clause en fonction d'une valuation.
8. Écrire une fonction qui calcule l'ensemble des variables propositionnelles d'une formule sous forme clausale, représentée sous forme d'une liste de couples de tableaux
9. Écrire des fonctions qui : calcule le **et** bit-à-bit d'un tableau (ou d'un nombre binaire sous forme de tableau), même chose pour **ou** et **ou_ex**, soustrait 1 à un nombre binaire (sous forme de tableau),
10. Écrire une fonction qui détermine si deux clauses sont identiques à un littéral près, sous forme positive dans l'une des clauses, négative dans l'autre. On pourra observer le masque et la valeur de deux telles clauses et s'appuyer sur les fonctions de la question précédente.
11. Écrire une fonction qui détermine si une variable propositionnelle p apparaît toujours avec le même signe dans une formule propositionnelle φ . Que peut-on proposer concernant p si l'on cherche à trouver un modèle de φ ?
12. Peut-on déduire de l'existence d'un modèle de $(q \vee r)$ celle d'un modèle de $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee r)$? En déduire une fonction qui simplifie suivant cet axe une formule propositionnelle (le cas échéant).